

## *Métodos Numéricos Aplicados a Economía Financiera*

*Germán Daniel Fermo*

*Ph.D. in Economics, UCLA*

---

### **Objetivo del Curso:**

El curso se refiere a la implementación de modelos cuantitativos en Matlab y Visual Basic con una combinación teórico y práctica de los distintos modelos desarrollados. El espectro de análisis abarca cuatro grupos: desarrollo de los modelos de riesgo/retorno de Markowitz/Merton/Sharpe; resolución numérica de problemas de optimización dinámica; implementación de modelos de valuación de equity y fixed income derivatives; e implementación de modelos econométricos no lineales, especialmente en aquellos casos en los que la Log-Likelihood Function exhibe problemas de convergencia,

Se presentará muy brevemente el marco teórico/conceptual de los modelos involucrados y los mismos se analizarán sobre la base de algoritmos específicos programados en Matlab. Se hace un énfasis muy particular en la utilización del Método de Simulación de Montecarlo el cual se aplica en la construcción y análisis de los distintos modelos tales como la creación de datos para el análisis econométrico, la recreación del mundo de Black/Scholes para valuar derivados y el análisis de modelos de estructura intertemporal de tasas de interés.

El curso tendrá una carga practica significativa. Se realizarán tres problem sets y un trabajo final take-home. Estos cuatro trabajos tendrán una carga computacional muy intensiva.

### ***I. Comandos Básicos en Matlab y la Interface Matlab/Excel***

Construcción de modelos que utilizan la interface Matlab/Excel: *Excel Link*. Programación en Visual Basic de la macro correspondiente para activar la interface. Importación y exportación de datos entre Matlab y Excel: utilización de los comandos *PutMatrix*, *GetMatrix* y *Evalstring*. Activación de rutinas programadas en Matlab desde Excel. Comandos para la manipulación de matrices. Ejemplo: Estimando OLS en Matlab.

Generación de histogramas y números aleatorios. Ejemplo: Teorema Central del Límite.

Definición de la función de probabilidad conjunta entre variables aleatorias. Breve definición de likelihood y log-likelihood functions. Estimadores Maximum Likelihood. Generación de gráficos en tres dimensiones. Ejemplo: graficando la log-likelihood.

Definición de un proceso Brownian Motion. Simulación de un proceso Brownian Motion en Matlab. Generación de gráficos dinámicos. Ejemplo: graficando dinámicamente un proceso estocástico Brownian Motion.

### ***II. Optimizadores en Matlab y su Uso en Finanzas: Optimización con Restricciones de Igualdad: Modelos de Markowitz, Merton y Sharpe***

Construcción de portfolios eficientes: Desarrollo teórico del modelo de Markowitz/Merton. Minimización de volatilidad sujeta a restricción de retornos esperados. Derivación algebraica de la Frontera Eficiente y su relación con el CAPM de Sharpe. Definición de Portfolio Tangente. Relación entre el retorno del Portfolio Tangente y el retorno individual de cada activo. Linearidad entre desvío standard y retorno esperado en la frontera eficiente cuando un activo libre de riesgo está disponible. Derivación matemática del Capital Asset Pricing Model. Generalización del CAPM: normalidad en la distribución de retornos. Construcción Algorítmica en Visual Basic del modelo de Markowitz/Merton. Utilización del *Solver* en forma iterativa. Problemas en la implementación del CAPM: Roll's Critique. Generación de un código en Matlab que calcula

numéricamente la frontera eficiente variando la dimensionalidad del universo de activos. Graficando dinámicamente en Matlab la frontera eficiente.

### ***III. Programación Dinámica: Cálculo Numérico de la Value Function y Policy Functions***

Programación Dinámica. Breve descripción del método. Definición de Bellman Equation, Benveniste and Sheikman condition, Value Function, Policy Function, Transversality conditions y características esenciales del método. Cálculo Numérico de la Value Function y Policy Functions. Construcción de las policy functions utilizando Euler Equations. Aplicación: desarrollo de un código en Matlab que resuelve el *Optimal Consumption Model*.

Resolución de sistemas lineales de ecuaciones en diferencias de primer orden simultáneos. Breve descripción del método: definición de eigenvectors y eigenvalues. Ecuación del Saddle Path. Desarrollo de un código en Matlab que analiza la estabilidad del modelo utilizando gráficos dinámicos en Matlab. Bifurcación y el Matlab.

### ***IV. Optimizadores en Matlab y su Uso en Econometría: Método de Maximum Likelihood cuando la Log-Likelihood Converge sin Dificultades***

Implementación de Maximum Likelihood utilizando el optimizador de Matlab. Utilización del optimizador para la realización de unconstrained optimizations: comando fminunc. Definición de la función objetivo utilizada por el optimizador: construcción de la log-likelihood function. Definición de los niveles de precisión para la optimización e indicación de los starting values de la optimización. Ejemplo: estimando unconstrained OLS a través de MLE.

Estimación de la matriz de varianza/covarianza: construcción de la matriz Hessiana utilizando Matlab. Ejemplo: Estimación de Mixed Distributions utilizando Matlab y cálculo de la respectiva matriz de varianza/covarianza utilizando la matriz Hessiana.

Utilización del optimizador para la realización de constrained optimizations: comando fmincon. Definición de rangos mínimos y máximos para las variables de control. Ejemplo: OLS, constrained optimization, test de hipótesis y likelihood ratio test.

### ***V. Utilización de Optimizadores en Matlab cuando la Log-Likelihood no Converge***

Análisis de optimizaciones complejas que impiden la utilización del optimizador de Matlab en forma directa. Generación de grillas para determinados parámetros de la función objetivo. Realización de optimizaciones parciales y definición de funciones objetivos dentro de un loop. Ejemplo: transformación de Box/Cox en las variables independientes.

Generación de funciones de distribución empíricas de estimadores: Maximum Score Estimation, subsampling y Bootstrap. Definición del método de Maximum Score. Definición de Bootstrap y su implementación en Matlab. Estimación de la matrix de varianza/covarianza a través de un Bootstrap, generación de multiple loops, almacenamiento de los parámetros estimados y estimación de la matriz resultante de varianza/covarianza.

### ***VI. Montecarlo Simulations: Black/Scholes y la Valuación de Equity Derivatives***

Modelos continuos de valuación de opciones: La fórmula de Black/Scholes. Valuación de un European Call a través de Montecarlo Simulations. Teorema Central del Limite y simulación.

Generación de funciones "a medida". *Ejemplo 1*: estimación de la volatilidad implícita de un european call. *Ejemplo 2*: llamando desde un m-file a la función que estima la volatilidad implícita de un european call y utilizando esta volatilidad implícita para simular un proceso Brownian Motion.

Implementación de modelos de valuación con volatilidad estocástica: procesos con reversion a la media para la volatilidad.

Modelos discretos de valuación de opciones. Modelo de Cox, Rubinstein, Ross. Calibración del modelo binomial. Ejemplo: Valuación de un european call con árbol binomial.

***VII. Modelos Binomiales Implícitos de Tasas de Interés: Valuación de Derivados de Tasas de Interés sin Riesgo de Default***

Modelos sin riesgo de default. Modelos discretos libres de arbitraje: modelo de Ho-Lee. Ejemplo 1: calibración de la estructura implícita de tasas de interés con volatilidad exógena a través del uso dinámico del optimizador de Matlab: “dialogando” con el optimizador. Ejemplo 2: valuación de callable bonds.

***VIII. Montecarlo Simulations: Valuación de Derivados Utilizando Visual Basic***

Valuación de un European Call mediante Montecarlo Simulations en VBA. Definición de barrier options. Valuación de un European Barrier Call en VBA.

**Bibliografía Recomendada**

- Clewlow L. and Strickland C. Implementing Derivatives Models, 1<sup>st</sup> ed., Wiley, 1999.
- Grinblatt M. and Titman S. Financial Markets and Corporate Strategy, 1<sup>st</sup> ed., McGraw Hill, 2001.
- Brandimarte, P. Numerical Methods in Finance, 1<sup>st</sup> ed., Wiley, 2002.
- Mathews, J. Numerical Methods Using Matlab, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall, 2000.
- Greene, W. H. Econometric Analysis, 2<sup>nd</sup> ed., Macollan, 1993.
- Notas de clase editadas.

**Papers**

- Markowitz, Harry. “Portfolio Selection”. *Journal of Finance* 7 (1952), paginas 77/91.
- Merton, Robert. “An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 7 (1972), paginas 1851/1872.
- Sharpe, William. “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”. *Journal of Finance* 19 (1964), paginas 425/442.
- Roll, Richard. “A Critique of the Asset Pricing Theory’s Tests; Part I: On Past and Potential Testability of the Theory”. *Journal of Financial Economics* 4, no 2 (1977), paginas 129/176.